

大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試 入学試験問題
(2019年8月16日実施)

【情報・ネットワーク工学専攻】

専門科目： [必須問題]

※注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 必須問題の冊子はこの注意事項を含めて3枚、解答用紙は2枚である。
3. 試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
4. 必須問題の試験時間は90分である。
5. 必須問題は2問である。すべての問題を解答すること。
6. 解答は、指定された解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
7. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
8. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。
9. 解答は英語でもよい。

必須問題**情報・ネットワーク工学専攻****「線形代数」****1**

a を実数とし、3次正方行列 A, E と \mathbb{R}^3 のベクトル v_1, v_2 を

$$A = \begin{bmatrix} a & -2 & 4 \\ 3 & -6 & 6 \\ 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

とする。さらに、 \mathbb{R}^3 の部分空間 $\langle v_1, v_2 \rangle$ を

$$\langle v_1, v_2 \rangle = \{c_1 v_1 + c_2 v_2 \in \mathbb{R}^3 \mid c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$$

で定義し、線形変換 $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を $f(v) = Av$ ($v \in \mathbb{R}^3$) と定める。

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(v_1) \in \langle v_1, v_2 \rangle$ となるように a の値を定めよ。
- (2) 行列式 $\det A$ の値が -6 となるときの a の値を求めよ。

以下では、 a は(2)で求めた値とする。

- (3) 線形変換 $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を $g(v) = (A + E)v$ ($v \in \mathbb{R}^3$) と定めるとき、
 g の核 $\text{Ker } g$ の基底を求めよ。
- (4) f の固有値をすべて求めよ。
- (5) f の各固有値に対する固有空間の基底を求めよ。

部分空間：subspace, 線形変換：linear transformation, 行列式：determinant,
核：kernel, 基底：basis, 固有値：eigenvalue, 固有空間：eigenspace

必須問題**情報・ネットワーク工学専攻****「微分積分」****2**

以下の各問い合わせよ。

(1) 関数 $f(x, y) = 2x^3 - y^3 + 4xy + 1$ に対して、次の問い合わせに答えよ。

(i) $f_x(1, -1)$, $f_y(1, -1)$ の値を求めよ。

(ii) $f(x, y) = 0$ 上の点 $(1, -1)$ の近くでは、 $f(x, y) = 0$ の陰関数¹ $y = \varphi(x)$ が存在する。このとき、 $\varphi(1)$, $\varphi'(1)$, $\varphi''(1)$ の値を求めよ。

(2) 次の重積分² I を求めよ。

$$I = \iint_D \frac{y}{\sqrt{1+x^3}} dx dy, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$$

(3) 次の \mathbb{R}^3 内の領域³ D の体積⁴ V を求めよ。

$$D = \{(x, y, z) : 0 \leq x + y \leq 1, 0 \leq y + z \leq 2, 0 \leq z + x \leq 3\}$$

¹陰関数: implicit function

²重積分: double integral

³領域: domain

⁴体積: volume